

EEM211 ELEKTRİK DEVRELERİ-I

Prof. Dr. Selçuk YILDIRIM

Siirt Üniversitesi

Elektrik-Elektronik Mühendisliği

Kaynak (Ders Kitabı):

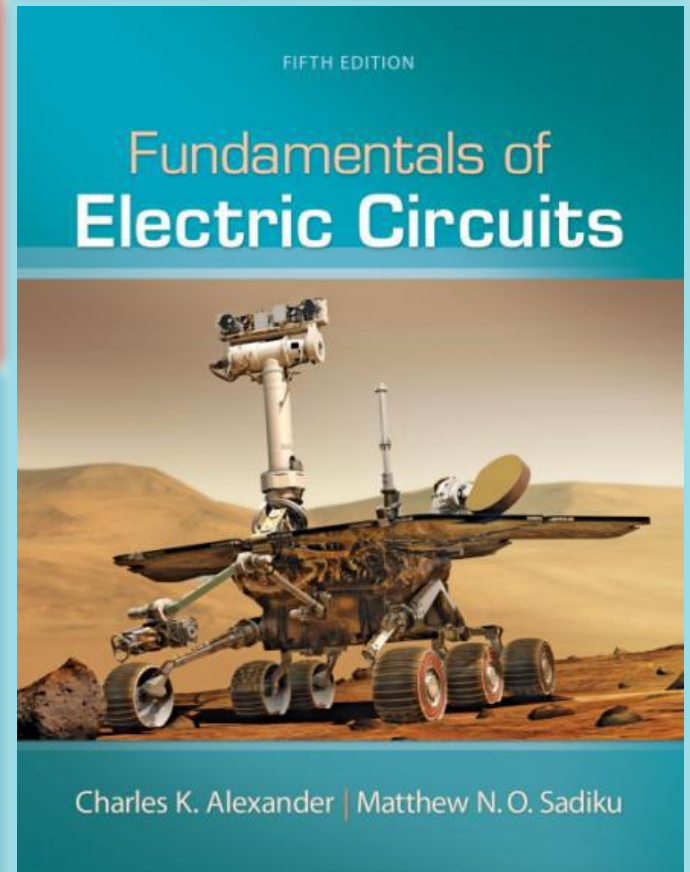
Fundamentals of Electric Circuits

Charles K. Alexander

Matthew N.O. Sadiku

McGraw Hill, 5th edition

ISBN: 978-0073380575, 2013.



3. Bölüm: Analiz Yöntemleri

2.1 Giriş

Devre teorisinin temel kanunlarını (Ohm kanunu ve Kirchhoff kanunları) devre analizinde uygulamak için iki etkili yöntem vardır:

1- Düğüm Analizi: Kirchhoff akım kanununun sistematik bir uygulamasıdır.

2- Çevre Analizi: Kirchhoff gerilim kanununun sistematik bir uygulamasıdır.

- Bir lineer devre, bu iki yöntemle analiz edilebilir.
- Bu yöntemlerle lineer bir denklem sistemi elde edildikten sonra, bu denklem sistemi Cramer Kuralı veya MATLAB ile çözümlenerek istenen akım veya gerilim değerleri elde edilir.

3.2. Düğüm Analizi

- Düğüm analizinde, devre değişkenleri olarak düğüm gerilimleri kullanılır.
- Devre değişkenleri olarak, elemanların gerilimleri yerine seçilen düğüm gerilimlerini kullanmak uygundur.
- Böylece, çözülmesi gereken denklem sayısı azalır.
- Bu bölümde, gerilim kaynağı içermeyen devreleri inceleyeceğiz.
- Düğüm analizinde; düğüm gerilimlerinin bulunmasıyla ilgileneceğiz.
- Gerilim kaynağı bulunmayan n düğümlü bir devrede, devrenin düğüm analizinde aşağıdaki üç adım izlenir:

3.2. Düzüm Analizi

- Düzüm gerilimlerinin bulunmasında izlenecek adımlar:
 1. Bir düğüm referans düğüm olarak seçilir. Geriye kalan $n - 1$ düğümleri için, referans düğüme göre $v_1, v_2, \dots, v_{n-1}$ gerilimleri belirlenir.
 2. Referans düğümü dışındaki $n - 1$ düğümünün her birine KAK uygulanır. Ohm kanunu kullanılarak, dal akımları düğüm gerilimleri cinsinden ifade edilir.
 3. Bilinmeyen düğüm gerilimlerini elde etmek için denklem sistemi çözülür.
- Düzüm analizinde ilk adım, bir düğümün referans düğüm olarak seçilmesidir. Referans düğüm genellikle, toprak olarak isimlendirilir ve potansiyelinin sıfır olduğu kabul edilir.

- Şekil 3.2’de 1 nolu düğüme KAK uygulanırsa, $I_1 = I_2 + i_1 + i_2$
- 2 nolu düğümden, $I_2 + i_2 = i_3$ yazılır.
- Şimdi düğüm gerilimleri cinsinden bilinmeyen i_1, i_2 ve i_3 akımlarını ifade etmek için Ohm kanunu uygulanır.
- Bir dirençte akım, yüksek bir potansiyelden düşük bir potansiyele doğru akar.
- Bu prensibi şöyle ifade edebiliriz: $i = \frac{v_{yüksek} - v_{düşük}}{R}$ Böylece;
- $i_1 = \frac{v_1 - 0}{R_1}$ veya $i_1 = G_1 v_1$
- $i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2}$ veya $i_2 = G_2(v_1 - v_2)$
- $i_3 = \frac{v_2 - 0}{R_3}$ veya $i_3 = G_3 v_2$
- $I_1 = I_2 + \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2}$
- $I_2 + \frac{v_1 - v_2}{R_2} = \frac{v_2}{R_3}$

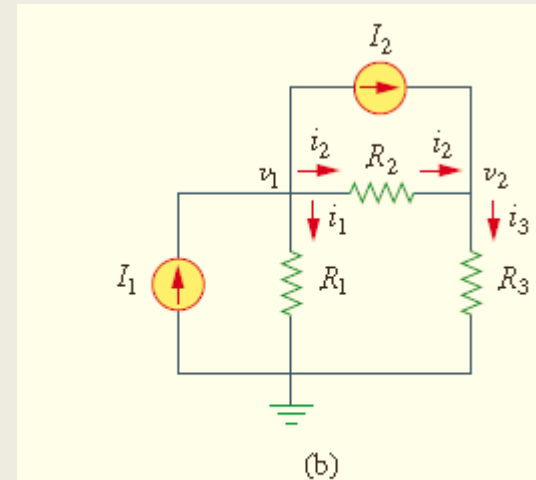


Figure 3.2
Typical circuit for nodal analysis.

3.3. Gerilim kaynaklarıyla düğüm analizi

- Düğüm analizinde gerilim kaynaklarının etkisini inceleyeceğiz.
- Burada iki durum söz konusudur:
 1. **Durum:** Bir gerilim kaynağı, referans düğüm ile referans olmayan bir düğüm arasına bağlıysa, referans olmayan düğümdeki gerilim kaynağının gerilimine eşittir.
 2. **Durum:** Bir gerilim kaynağı (bağımlı veya bağımsız), referans olmayan iki düğüm arasına bağlıysa, referans olmayan bu iki düğüm süper düğüm meydana getirir. Bu düğüm gerilimlerini bulmak için KGK ve KAK uygulanır.
- **Süper düğüm:** Referans olmayan iki düğüm arasına bağlanan bir gerilim kaynağı (bağımlı veya bağımsız) ve bu kaynağa paralel bağlanan devre elemanları bir süper düğüm oluşturur.
- **Süper düğümü oluşturan her bir düğüme KAK uygulamak yerine, süper düğüm, tek bir düğüm olarak göz önüne alınır ve KAK uygulanır.**

- Süper Düğüm
- Şekil 3.7’de 2 ve 3 nolu düğümler bir süper düğüm oluşturur. (iki düğümden daha fazla düğümü bir tek süper düğüm şeklinde alabiliriz.)
- Düğüm analizinde Kirchhoff akım kanununun uygulanması için her bir elemandan geçen akımın bilinmesi gerekir.
- Süper düğümdeki gerilim kaynağından geçen akım önceden kesinlikle bilinmemektedir.
- Bununla birlikte Kirchhoff akım kanunu bir süper düğümde diğer düğümlerdeki gibi sağlanmalıdır.
- Şekil 3.7’deki süper düğüm için,

$$i_1 + i_4 = i_2 + i_3$$

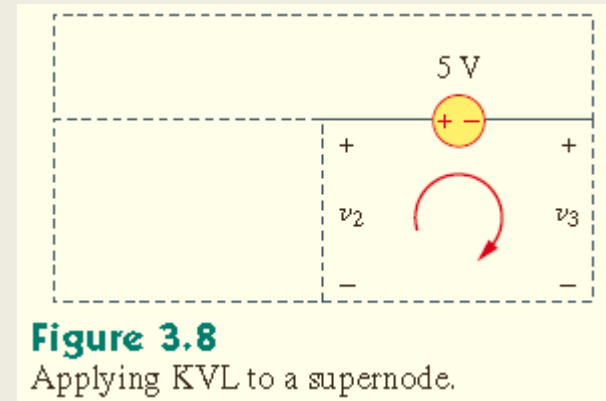
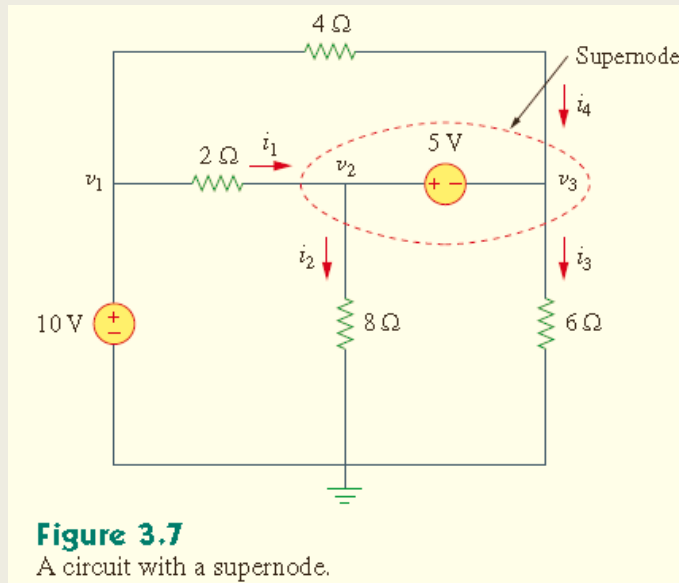
$$\frac{v_1 - v_2}{2} + \frac{v_1 - v_3}{4} = \frac{v_2 - 0}{8} + \frac{v_3 - 0}{6}$$

- Şekil 3.7’deki süper düğüme Kirchhoff gerilim kanunu uygulamak için, devre Şekil 3.8’de gösterildiği gibi tekrar çizilir.

- Süper düğüme KGK uygulanarak,

$$-v_2 + 5 + v_3 = 0 \Rightarrow v_2 - v_3 = 5$$

- Bulunan denklemlerden düğüm gerilimleri elde edilir.



- Süper düğümün özellikleri:**

- Süper düğümün içerisindeki gerilim kaynağı, düğüm gerilimlerinin çözülmesi için gereken ilave bir denklem sağlar.
- Bir süper düğümün kendi gerilimi yoktur.
- Bir süper düğüm KAK ve KGK'nun her ikisinin uygulanmasını gerektirir.

3.4. Çevre Analizi

- Çevre analizinde, devre değişkenleri olarak çevre akımları kullanılır.
- Devre değişkenleri olarak, eleman akımları yerine çevre akımlarını kullanmak uygundur. Böylece, çözülmesi gereken denklem sayısı azalır.
- Düğüm analizinde; verilen bir devredeki bilinmeyen gerilimlerin bulunması için KAK uygulanmıştı.
- Çevre analizinde; verilen bir devredeki bilinmeyen akımların bulunması için KGK uygulanacaktır.
- Her bir bağımsız çevre için KGK uygulanır.
- Çevre analizinin uygulanabilmesi için devre düzlemsel olmalıdır. Yani, birbirini kesen dallar olmamalıdır.

3.4. Çevre Analizi

- Kesişen dallara sahip düzlemsel bir devre varsa, bu devre kesişen dallar olmayacak şekilde tekrar çizilmelidir.
- Şekil 3.15(a)'daki devrede kesişen iki dal vardır.
- Bu devre Şekil 3.15(b)'deki gibi kesişen dallar olmayacak şekilde tekrar çizilebilir. Bundan dolayı Şekil 3.15(a)'daki devre düzlemseldir.

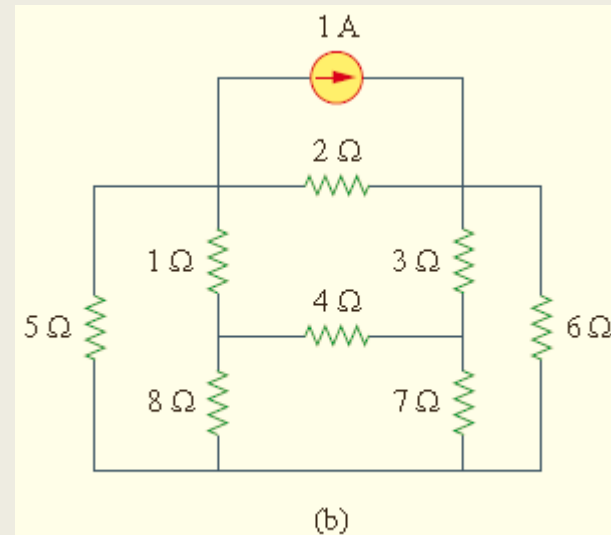
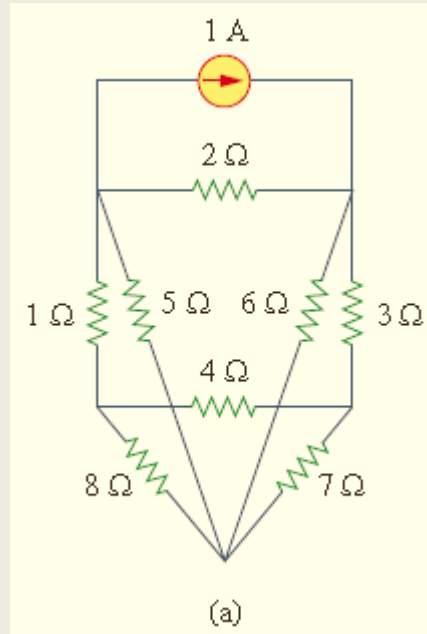


Figure 3.15

3.4. Çevre Analizi

- Çevre akımlarının bulunmasında izlenecek adımlar:
 1. Bağımsız çevre sayısı n olmak üzere, $i_1, i_2, \dots, i_n$ çevre akımları belirlenir.
 2. Bağımsız çevrelerin her birine KGK uygulanır. Ohm kanunu kullanılarak gerilimler, çevre akımları cinsinden ifade edilir.
 3. Bilinmeyen çevre akımlarını bulmak için denklem sistemi çözülür.
- Her bir bağımsız çevre için keyfi yönde bir çevre akımı seçilebilmesine rağmen, genellikle her bir çevre akımının saat yönünde olduğu kabul edilir.
- İkinci adım olarak, her bir çevreye Kirchhoff gerilim kanunu uygulanır.

- Şekil 3.17'deki devrede, önce i_1 ve i_2 çevre akımları seçilir. Sonra her bir çevreye Kirchhoff gerilim kanunu uygulanır.

- 1 nolu çevreye KKG uygulanırsa,

- $-V_1 + R_1 i_1 + R_3 (i_1 - i_2) = 0$

- $(R_1 + R_3) i_1 - R_3 i_2 = V_1$

- 2 nolu çevreye KKG uygulanırsa,

- $R_2 i_2 + V_2 + R_3 (i_2 - i_1) = 0$

- $-R_3 i_1 + (R_2 + R_3) i_2 = -V_2$

çevre denklemleri elde edilir.

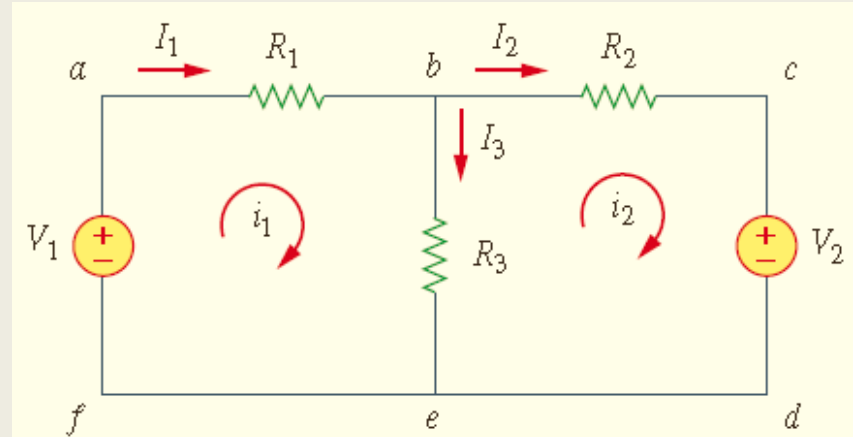


Figure 3.17

- Birinci çevrede, i_1 'in katsayısı dirençlerin toplamı ve i_2 'nin katsayısı 1 ve 2 nolu çevrelerin ortak direncinin negatifidir.
- Çevre denklemleri matris şeklinde yazıldıktan sonra çözülerek i_1 ve i_2 çevre akımları elde edilir.

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ -V_2 \end{bmatrix}$$

- Dal akımları çevre akımlarından farklıdır. Bu akımları ayırt etmek için, çevre akımı için i ve dal akımı için I kullanılır. I_1 , I_2 ve I_3 eleman akımları, çevre akımlarının cebirsel toplamlarıdır.

- $I_1 = i_1, \quad I_2 = i_2, \quad I_3 = i_1 - i_2,$

3.3. Akım kaynaklarıyla çevre analizi

- Akım kaynakları (bağımlı veya bağımsız) içeren devrelere çevre analizi uygulanırken bulunması denklem sayısını indirgeneceğinden önceki bölümdeki analizlerden daha kolaydır.

- Burada iki durum söz konusudur:

- Durum:** Bir akım kaynağı, sadece bir çevrede bulunduğunda: Şekil 3.22'deki devrede $i_2 = -5 A$ alınır ve diğer çevre için klasik yolla bir çevre denklemi yazılır.

$$-10 + 4i_1 + 6(i_1 - i_2) = 0 \Rightarrow i_1 = -2 A$$

- Durum:** Bir akım kaynağı (bağımlı veya bağımsız) Şekil 3.23(a)'daki gibi iki çevre arasında bulunduğunda: Akım kaynağını ve akım kaynağına seri bağlı elemanları çıkartarak bir süper çevre oluşturuyoruz. Şekil 3.23(b)

- Çevre analizinde Kirchhoff gerilim kanununun uygulanması için her bir dladaki gerilim düşümünün akımın bilinmesi gerekir.
- Süper çevredeki akım kaynağının gerilim düşümü önceden kesinlikle bilinmemektedir.

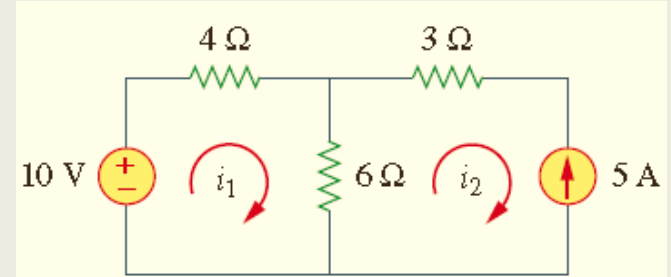


Figure 3.22

A circuit with a current source.

3.3. Akım kaynaklarıyla çevre analizi

- **Süper çevre:** İki çevre ortak bir akım kaynağına (bağımlı veya bağımsız) sahip olduğunda bir süper çevre oluşur.
- **Süper çevrenin özellikleri:**
 1. Süper çevredeki akım kaynağı, çevre akımlarının çözümü için gerekli olan ilave bir denklem sağlar.
 2. Bir süper çevrenin kendi akımı yoktur.
 3. Bir süper çevre, KGK ve KAK'nun her ikisinin uygulanmasını gerektirir.
- Şekli 3.23(b)'deki süper çevreye KGK uygulanırsa,

$$-20 + 6i_1 + 10i_2 + 4i_2 = 0 \text{ denklemi yazılabilir.}$$

